

MODELOVÁNÍ PODZEMNÍCH STĚN POMOCÍ ČASOVĚ ZÁVISLÉHO ELASTO-PLASTICKÉHO MATERIÁLOVÉHO MODELU

Ing. Daniela Šindelářová, Ing. Juraj Chalmovský, Ph.D.

Fakulta stavební, Vysoké učení technické v Brně

Modeling of Diaphragm Walls Using Time-Dependent Elasto-Plastic Material Model

The main theme of this paper is the usage of the advanced time-dependent elasto-plastic material model for diaphragm walls modeling. First, a theory of time-dependent behaviour is briefly introduced. Next, the Shotcrete material model is described and calibration of material model in long term conditions based on laboratory testing is done. Finally, a real boundary value problem of deep excavation supported by diaphragm walls with the strut is solved. Reached values of internal forces and deformations reached using different modeling methods are compared and discussed.

Klíčová slova: Podzemní stěna, dotvarování betonu, smršťování betonu, materiálové model, biaxialní test, kalibrace materiálového modelu, metoda konečných prvků, Plaxis 2D

1. ÚVOD

Tento příspěvek se zabývá vlivem časově závislých jevů na chování podzemních stěn. Ve stěnách dochází k vlivům jako je pozvolný nárůst pružnostních a pevnostních charakteristik, dále pak dotvarování a smršťování, které trvají po celou dobu životnosti konstrukce. V běžné praxi jsou tyto vlivy buď zcela zanedbány a podzemní stěny jsou modelovány pomocí lineárně elastického prvku, případně je vliv dotvarování v dlouhodobých podmínkách vystížen pomocí kombinace dvou prvků (deskostěnového a objemového).

Ani jedna z výše popsaných metod však neposkytuje komplexní přístup ke změnám, ke kterým v průběhu životnosti konstrukce dochází. V tomto příspěvku je představena možnost použití pokročilého materiálového modelu tzv. Shotcrete modelu (Schädlich a Schweiger (2014)), pomocí kterého lze vystihnout časově závislé chování betonu a nabízí možnost analýzy konstrukce v libovolném čase.

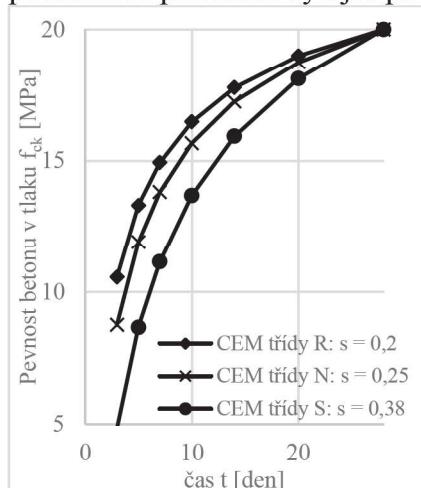
2. ČASOVĚ ZÁVISLÉ CHOVÁNÍ BETONU

Návrhem betonových konstrukcí se zabývá norma ČSN EN 1992 (Eurokód 2), kde jsou jednotlivé druhy betonu klasifikovány podle pevnostních tříd v tlaku. Tyto tlakové pevnosti jsou udány pro čas 28 dní a více, stejně jako odpovídající Youngův modul pružnosti a pevnost v tahu. V průběhu zrání betonu však dochází k pozvolnému nárůstu některých materiálových charakteristik, u monolitických konstrukcí může tento pozvolný nárůst ovlivnit celkové tvarové změny a také rozložení vnitřních sil.

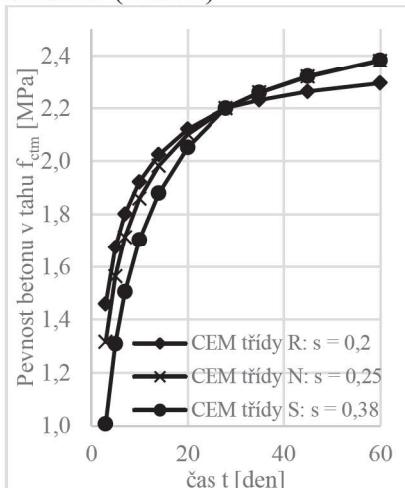
2.1 Nárůst pružnostních a pevnostních charakteristik betonu

Norma ČSN EN 1992 počítá s nárůstem pružnostních a pevnostních charakteristik betonu v čase od vybudování konstrukce až po čas 28 dní, kdy se uvažuje dosažení plných hodnot pružnostních a pevnostních charakteristik. Pro výpočty vlastností v libovolném čase norma uvažuje vliv druhu použitého cementu na průběh zrání (třída cementu R, N, S). Cement třídy R zajišťuje rychlý nárůst charakteristik v počátku zrání, cement třídy N pozvolnější a cement třídy S zajišťuje velmi pozvolný nárůst pružnostních a pevnostních charakteristik. Pro beton třídy C20/25 jsou křivky nárůstu pružnostních a pevnostních charakteristik zobrazeny v obrázcích. Zatímco pevnost v tlaku

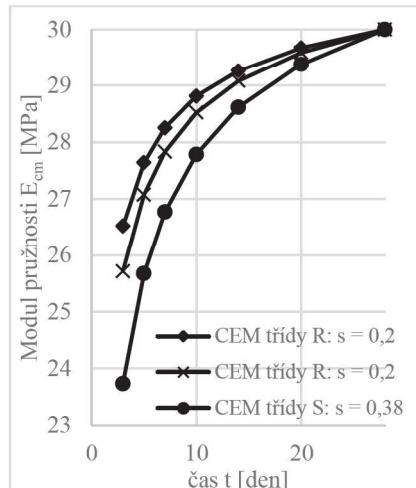
(Obr. 1) a modul pružnosti (Obr. 3) dosáhnou své maximální hodnoty v čase 28 dní, hodnota tahové pevnosti se pozvolna vyvíjí i po této lhůtě (Obr. 2)



Obr. 1: Vývoj pevnosti v tlaku v čase



Obr. 2: Vývoj pevnosti v tahu v čase

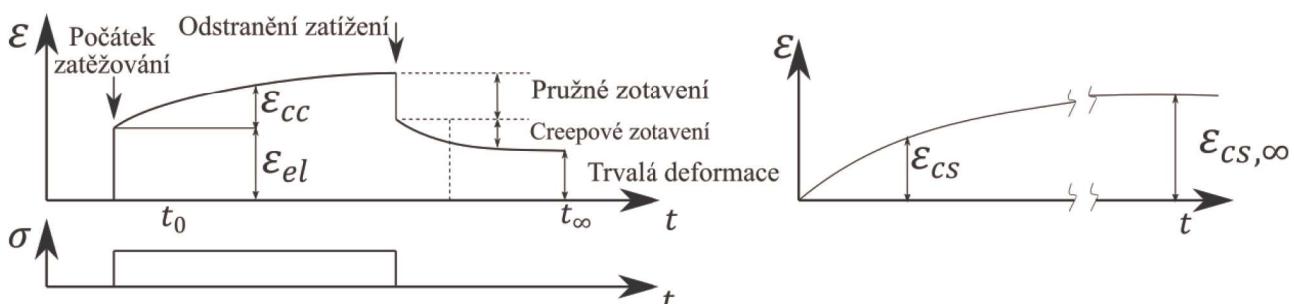


Obr. 3: Vývoj modulu pružnosti v tlaku v čase

2.2 Dotvarování betonu - creep

Dotvarování, na rozdíl od druhého souvisejícího jevu smršťování, je závislé na zatížení (ilustrace jevu viz Obr. 4 vlevo), konkrétně na jeho velikosti, době trvání a zralosti betonu v momentě zatížení.

Dle normy ČSN EN 1992 je velikost poměrného přetvoření vyvolaného dotvarováním betonu ϵ_{cc} přímo závislá na součiniteli dotvarování $\varphi(\infty, t_0)$, konkrétní hodnota použitelná pro daný případ se dle postupu v normě spočítá v závislosti na okolní vlhkosti, rozměrech prvku a složení betonu. Je nutné upozornit na skutečnost, že norma uvažuje pouze dotvarování při tlakovém namáhání, případy creepového chování tažených vláken norma neumí vystihnout, což může způsobit problémy například u ohýbaných prvků, kde jsou na jedné straně vlákna tlačená a na druhé naopak tažená. Další omezení má norma v případě změny zatížení v průběhu životnosti konstrukce, protože lze spočítat pouze uvažovanou velikost dotvarování ze znalosti aktuální napjatosti v čase a nezahrnuje skutečnost, že nám historie změny napětí, zejména pak zatížení a následné odtížení, způsobuje nevracatné změny a výrazně ovlivňuje aktuální stav deformace.



Obr. 4: Ilustrace působení časově závislých jevů v betonu – vlevo creep, vpravo smršťování (upraveno dle MacGregor(1997))

2.3 Smršťování betonu

Ke smršťování dochází nezávisle na hodnotě zatížení po celou dobu životnosti konstrukce, průběh smršťování je závislý na vlhkosti okolního prostředí a také na složení betonu (ilustrace jevu viz Obr. 4 vpravo). Dle normy ČSN EN 1992 se dělí smršťování na dvě části, poměrné smršťování vysycháním (probíhá pomalu po celou dobu životnosti konstrukce) a poměrné autogenní smršťování (lineární funkce pevnosti betonu, hlavní část vzniká v počátečních dnech tvrdnutí

betonu). Norma stanovuje postup, jak spočítat konečné poměrné smršťování, základními proměnnými tohoto výpočtu jsou relativní vlhkost, pevnostní třída betonu a tloušťka konstrukce.

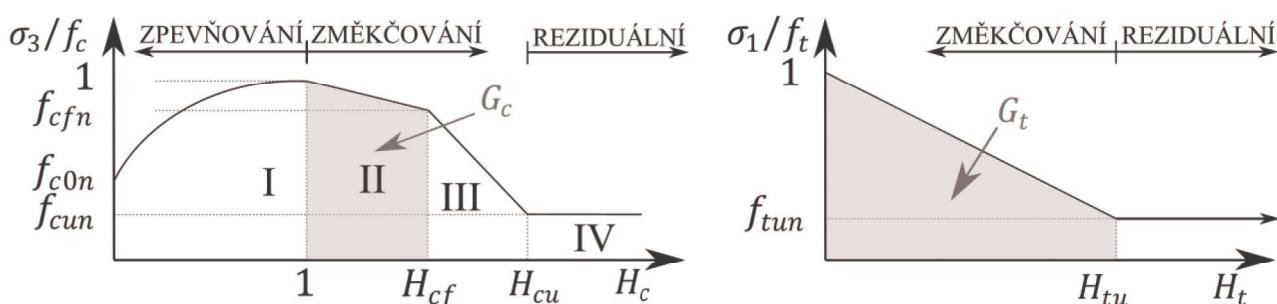
3. POKROČILÝ MATERIÁLOVÝ MODEL – SHOTCRETE MATERIAL MODEL

Pokročilý materiálový model pro beton použitý v tomto příspěvku pro matematické modelování se nazývá Shotcrete model (SH model) a je založený na práci Schädlich a Schweiger (2014). Tento materiálový model je definován jako elasto-plastický a původně byl vytvořen pro stříkaný beton, používaný jako primární ostění tunelů budovaných NATM, lze jej však použít ve všech aplikacích, kde potřebujeme zahrnout vliv časově závislého chování betonu. SH model dokáže zohlednit creep v taženém betonu a také historii zatěžování, je proto vhodný pro algoritmizaci v podobě metody konečných prvků (zde použit program Plaxis 2D), v každém časovém okamžiku dokáže zpracovat změnu všech časově závislých parametrů a v návaznosti upravit výpočet. Tento model zahrnuje zpevňování a změkčování, časově závislé chování (nárůst pevnostních a pružnostních parametrů a také creep a smršťování).

3.1 Definice materiálového modelu

Plasticité deformace jsou při použití SH modelu počítány dle definice elastoplasticity, v tlakové oblasti je plocha plasticity formulována dle Mohr-Coulomba, v tahové oblasti podle Rankine (1857).

Pro zpevňování a změkčování byla pro tento materiálový model převzata pravidla z Schütz a kol. (2011), pro tahové a tlakové namáhání se jejich definice výrazně liší. V tlaku (Obr. 5 vlevo) se pracovní diagram skládá ze čtyřech částí: 1) oblast nelineárního zpevňování, 2) oblast lineárního změkčování (plocha pod druhou větví pracovního diagramu = lomová energie v tlaku G_c), 3) oblast lineárního změkčování, 4) reziduální pevnost. Na vodorovné ose je zobrazena hodnota parametru zpevňování a změkčování $H_c = \varepsilon_3^p / \varepsilon_{cp}^p$ (v tlaku), kde ε_{cp}^p je plastické přetvoření při dosažení tlakové pevnosti, na svislé ose poměr působícího napětí k pevnosti v tlaku σ_3/f_c . V oblasti tahového namáhání (Obr. 5 vpravo) se pracovní diagram skládá ze dvou větví: 1) lineární změkčování (plocha pod první větví pracovního diagramu = lomová energie v tahu G_t), 2) reziduální pevnost. Na vodorovné ose je zobrazena hodnota parametru zpevňování a změkčování $H_t = \varepsilon_1^p / \varepsilon_{tu}^p$ (v tahu), kde ε_{tu}^p je plastické přetvoření při dosažení reziduální tahové pevnosti, na svislé ose poměr působícího napětí k pevnosti v tahu σ_1/f_t .



Obr. 5: Grafické znázornění pracovního diagramu (kurva zpevňování a změkčování) SH modelu – vlevo v tlaku, vpravo v tahu (zpracováno dle Schütz a kol. (2011) a upraveno)

3.2 Časově závislé chování

Jak již bylo zmíněno, SH model má možnost vystihnout změny jednotlivých materiálových veličin v čase, proto je jeho použití ideální pro výpočty metodou konečných prvků, neboť lze ve výpočtu provést v každém časovém okamžiku výpočet nových parametrů, se kterými může výpočet dále pokračovat.

V jakémkoliv časovém okamžiku t lze vypočítat aktuální hodnotu $E(t)$ dle vzorce (1) pomocí parametru řídícího rychlost nárůstu Youngova modulu pružnosti s_{stiff} , který lze vypočítat dle vzorce (2). Vstupními parametry zadávanými při definici materiálového modelu jsou v tomto případě Youngův modul pružnosti v čase 28 dní E_{28} a poměr Youngova modulu pružnosti v čase 1 den ku Youngovu modulu pružnosti v čase 28 dní E_1/E_{28} .

$$E(t) = E_{28} \cdot e^{s_{stiff}(1-\sqrt{28/t})} \quad (1)$$

$$s_{stiff} = -\frac{\ln(E_1/E_{28})}{\sqrt{28}-1} \quad (2)$$

Pro výpočet nárustu pevnosti v čase platí obdobné vztahy jako pro výpočet Youngova modulu pružnosti. V čase t se vypočítá odpovídající hodnota tlakové pevnosti $f_c(t)$ dle vzorce (3). Parametr řídící rychlost nárůstu tlakové pevnosti $s_{strength}$ se vypočítá dle vzorce (4) a vstupními parametry materiálového modelu jsou tlaková pevnost v čase 28 dní $f_{c,28}$ a poměr tlakové pevnosti v čase 1 den ku tlakové pevnosti v čase 28 dní $f_{c,1}/f_{c,28}$.

$$f_c(t) = f_{c,28} \cdot e^{s_{strength}(1-\sqrt{28/t})} \quad (3)$$

$$s_{strength} = -\frac{\ln(f_{c,1}/f_{c,28})}{\sqrt{28}-1} \quad (4)$$

Časově závislým jevem je také plasticita, mladý beton vykazuje vysokou hodnotu plastické ductility, která se následně postupem času rapidně snižuje, materiálový model vyžaduje zadání hodnot v čase 1h ($\varepsilon_{cp,1h}^p$), 8h ($\varepsilon_{cp,8h}^p$) a 24 h ($\varepsilon_{cp,24h}^p$).

Dotvarování je v SH modelu definováno pomocí viskoelastického prvku, velikost poměrného přetvoření od dotvarování v čase $\varepsilon^{cr}(t)$ je přímo řízena parametrem φ^{cr} (součinitel dotvarování), rychlosť nárůstu creepové deformace je řízena parametrem t_{50}^{cr} (čas dosažení 50 % creepové deformace).

$$\varepsilon^{cr}(t) = \frac{\varphi^{cr}\sigma}{D} \cdot \frac{t - t_0}{t + t_{50}^{cr}} \quad (5)$$

Ze vzorce (5) lze vypočítat velikost creepové deformace, veličiny φ^{cr} a t_{50}^{cr} jsou parametry creepové deformace, σ je napětí, D matice tuhosti, t je aktuální čas a t_0 je počátek zatěžování.

Ke smršťování přistupuje materiálový model podobně jako ke creepové deformaci, aktuální hodnota poměrné deformace od smršťování $\varepsilon^{shr}(t)$ se vypočte dle vzorce (6), vstupními údaji jsou dva parametry ε_∞^{shr} (konečná hodnota smršťování v čase nekonečno) a t_{50}^{shr} (čas dosažení 50 % konečné hodnoty smršťování), t je aktuální čas.

$$\varepsilon^{shr}(t) = \varepsilon_\infty^{shr} \cdot \frac{t}{t + t_{50}^{shr}} \quad (6)$$

4. ŘEŠENÍ REÁLNÉ OKRAJOVÉ ÚLOHY

V rámci tohoto příspěvku byla řešena reálná okrajová úloha hlubokého zářezu stabilizovaného trvalými podzemními stěnami, cílem studie bylo porovnat různé přístupy pro zahrnutí vlivu dotvarování betonu podzemních stěn.

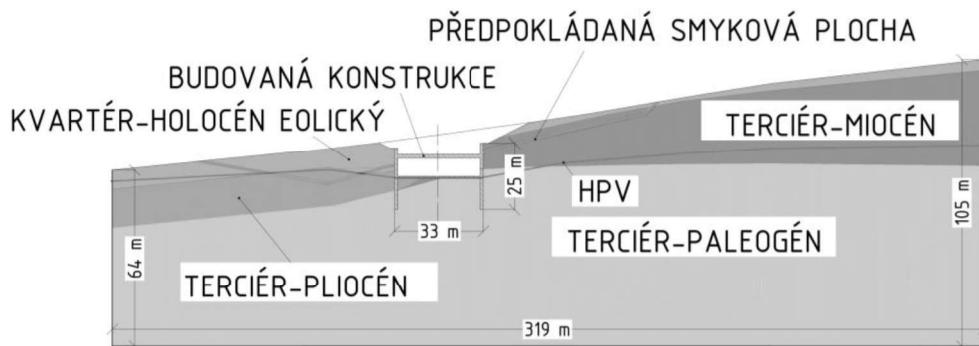
4.1 Inženýrsko-geologické podmínky

Inženýrsko-geologické podmínky řešené úlohy jsou významně ovlivněny předpokládaným výskytem svahových pohybů v místě budování zářezu (viz Obr. 6). Pod kvarterními pokryvnými útvary byly zastiženy zeminy charakteru převážně prachovitých jílů pliocenního stáří a jílů až prachovitých jílů miocenního stáří. Miocenní vrstvy jsou laminovány tenkými písčitými vrstvami. Pod sedimenty terciérního stáří se nachází vrstva paleogenních hornin (jílovce různého stupně zvětrávání). Smyková plocha je uvažována jako polygonální pás o tloušťce 1 m, ve kterém jsou

uvažovány kritické smykové pevnosti. Byl použit materiálový model Hardening Soil se zvýšenou tuhostí v oboru malých přetvoření (Benz (2007)).

4.2 Geometrie konstrukce, tvorba matematického modelu, fáze výstavby, vstupní parametry

Řešenou okrajovou úlohou je hluboký silniční zářez, jehož definitivní zajištění je navrženo pomocí monolitických železobetonových podzemních stěn tloušťky 1200 mm v kombinaci s rozepřením ve dvou úrovních. Horní rozpěra společně s podélnými nosníky tvoří železobetonový rošt. Horní rozpěry mají rozměry 1200x1400 mm (šířka x výška) a jsou umístěny v osových vzdálenostech 6,6 m (tj. nejsou kontinuální). Spodní rozpěra je tvořena ŽB deskou tl. 750 mm a nachází se pod konstrukcí vozovky. Vnější vzdálenost mezi podzemními stěnami je 33 m, podzemní stěny mají délku 22 m (levá) a 25 m (pravá). V průběhu výstavby jsou pro zajištění pravé podzemní stěny použity dočasné horninové kotvy ve dvou úrovních. Pro beton je jednotně uvažována třída C30/37, s objemovou hmotností 25 kN/m³.



Obr. 6: Schematické znázornění geologických podmínek reálné okrajové úlohy

Všechny vstupní parametry SH modelu použitého při řešení reálné okrajové úlohy jsou vypsány v tabulce (Tab. 1), parametry ovlivňující dotvarování a smršťování byly získány z kalibrace modelu na výsledcích laboratorních zkoušek (dle Ranaivomanana, Multon a Turatsinze (2013)). Postup kalibrace a vstupní parametry zemin jsou podrobně popsány v diplomové práci (Šindelářová (2022)).

Tab. 1: Shrnutí použitých parametrů SH modelu při řešení reálné okrajové úlohy

Parametr	E_{28} [kN/m ²]	v [-]	$f_{c,28}$ [kN/m ²]	f_{con} [-]	f_{cfn} [-]	f_{cun} [-]	$G_{c,28}$ [kN/m]
Hodnota	$33 \cdot 10^6$	0,15	$30 \cdot 10^3$	0,2	0,1	0,1	70
Parametr	ϕ_{max} [°]	ψ [°]	γ_f [-]	$f_{t,28}$ [kPa]	f_{tun} [-]	$G_{t,28}$ [kN/m]	γ_f [-]
Hodnota	40	5	1	$3 \cdot 10^3$	$1 \cdot 10^{-3}$	0,148	1
Parametr	t_{hydr} [den]	E_1/E_{28} [-]	$f_{c,1}/f_{c,28}$ [-]	$\epsilon_{cp,1h}^p$ [-]	$\epsilon_{cp,8h}^p$ [-]	$\epsilon_{cp,24h}^p$ [-]	a [-]
Hodnota	28	0,65	0,3	-0,03	$-1 \cdot 10^{-3}$	$-0,7 \cdot 10^{-3}$	20
Parametr	ϵ_{∞}^{shr} [-]	t_{50}^{shr} [den]	ϕ^{cr} [-]	t_{50}^{cr} [den]			
Hodnota	$-2 \cdot 10^{-5}$	86	0,8	40			

Velikost matematického modelu 319 x 105 m byla volena tak, aby byly okraje modelu v dostatečných vzdálenostech od budované konstrukce a další zvětšování modelu již nevedlo k významné změně výsledků. S ohledem na použití časově závislého materiálového modelu je důležité zohlednit časový průběh výstavby a následnou životnost konstrukce. Základní předpoklad pro výstavbu

této konstrukce je zrání betonu 28 dní před počátkem jeho zatěžování (platí jak pro podzemní stěny, tak i rozpěry), celková doba budování konstrukce je proto v tomto případě 150 dnů.

4.3 Výpočetní varianty

Zadaná reálná okrajová úloha byla v této práci řešena čtyřmi variantami výpočtu, jednotlivé varianty se liší použitým materiálovým modelem pro betonové konstrukce, geologické prostředí je ve všech variantách totožné.

Tab. 2: Shrnutí výpočetních variant

Varianta	0	1	2	3
Schéma				
Objemový prvek	Lineárně elastický	Lineárně elastický	SH model (zvýšená tahová pevnost)	SH model
Deskostěnový prvek	-	Lineárně elastický	-	Lineárně elastický (2x výztaž)
Vliv času	-	Krátkodobé, dlouhodobé (creep)	Kontinuální (dle SH modelu)	Kontinuální (dle SH modelu)
Odečítání momentů	Přímé	Objemový prvek + deskostěnový prvek	Přímé	Objemový prvek + 2x deskostěnový prvek (N na rameni)

Standardním řešením této úlohy je modelování podzemních stěn pomocí lineárně elastického materiálového modelu se zanedbáním vlivu dotvarování (var. 0).

První variantou se zohledněním vlivu dotvarování (var. 1) je modelování podzemních stěn pomocí kombinace objemového a deskostěnového prvku. Objemové prvky představují chování v dlouhodobém horizontu, v krátkodobých fázích jsou doplněny deskostěnovým prvkem, který představuje rozdíl mezi dlouhodobou a krátkodobou tuhostí. Tato varianta předpokládá pouze existenci dvou stavů, není možné postihnout změny ke kterým dochází postupně.

Druhá varianta (var. 2) již zahrnuje plný časově závislý přístup, pro obě podzemní stěny i rozpěry je aplikován SH model. Pro vystízení betonových částí konstrukce je použit objemový prvek, faktor zanedbání vlivu výztaže je kompenzován pomocí uměle zvýšené pevnosti betonu v tahu.

Třetí varianta (var. 3) sestává z použití plného SH modelu pro betonové prvky, se skutečnou tahovou pevností, vliv výztaže je v této variantě modelován pomocí dvou deskostěnových prvků při horním a spodním povrchu. V této variantě dostáváme nejvěrnější přístup k chování samotného betonu, odečítání vnitřních sil probíhá na objemovém prvku a je také nutné započítat příspěvek normálových sil v deskostěnovém prvku na rameni ke střednici stěny.

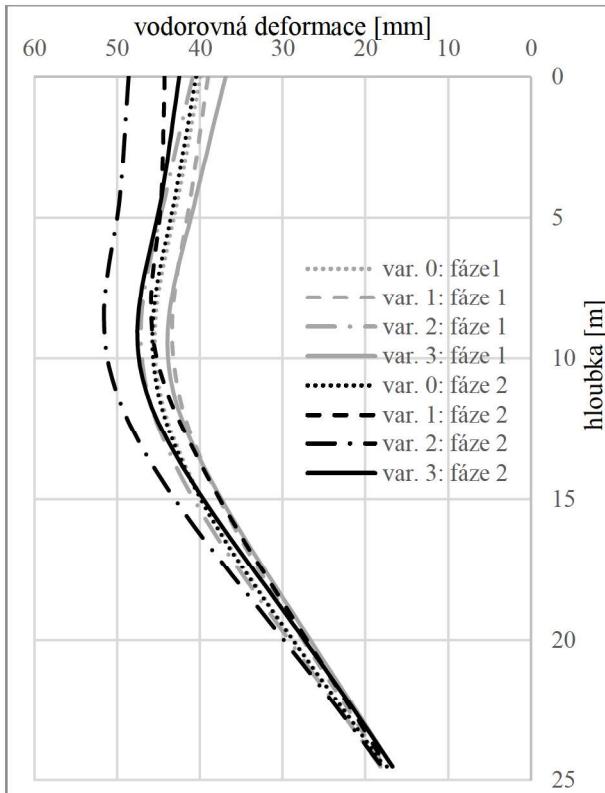
4.4 Porovnání výsledků jednotlivých variant

V této kapitole jsou znázorněny výsledky matematického modelování řešené reálné okrajové úlohy, hlavními sledovanými parametry byla velikost ohybového momentu (Obr. 8) a také vodorovné deformace pravé stěny (Obr. 7). Ve výsledných grafech je respektováno předchozí označení výpočetních variant, naznačena je výšková úroveň rozpěr. V každé výpočetní variantě

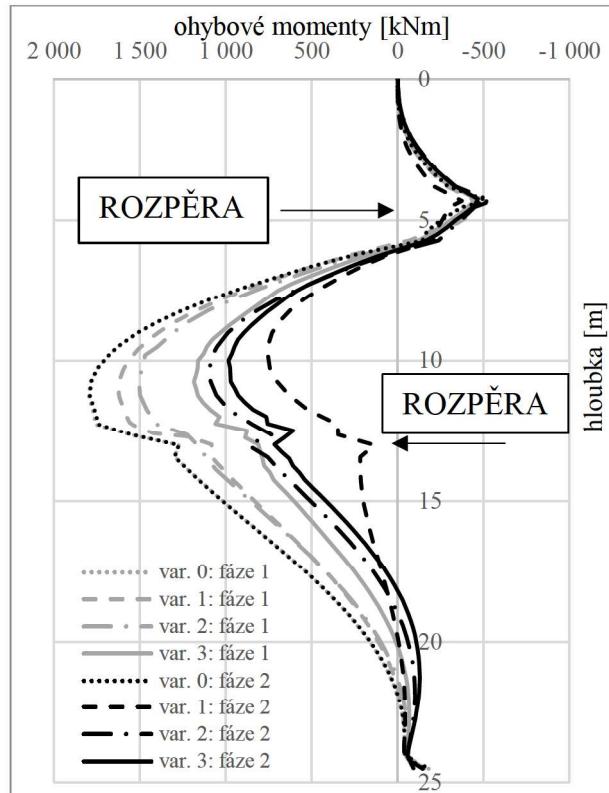
byly vzájemně porovnány výsledky ve sledovaných fázích: fáze 1 = Ukončení výstavby, fáze 2 = Životnost konstrukce/Provoz (30 let).

Přestože mají křivky momentů v jednotlivých fázích při porovnání variant výpočtu podobný průběh, maximální dosažené hodnoty se liší, zejména v pozdějších fázích výpočtu (dlouhodobé podmínky), nejmenší odchylky jsou zaznamenány v krátkodobých podmírkách.

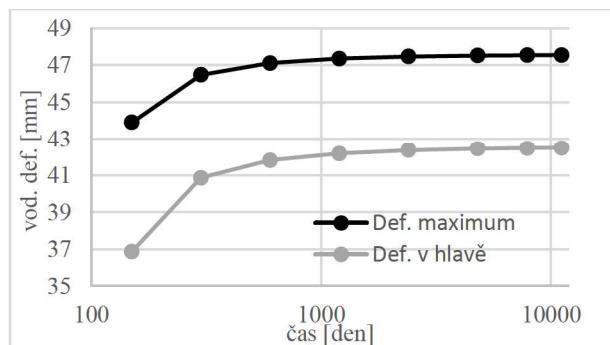
V průběhu času dochází v konstrukci vlivem dotvarování a smršťování k tvarovým změnám, zvětšuje se vodorovná deformace konstrukce. Zároveň vlivem redistribuce vnitřních sil dochází ke snižování hodnot ohybových momentů. V případě varianty 0 není možné zahrnout vliv dotvarování, proto se křivky z fáze 1 i fáze 2 překrývají.



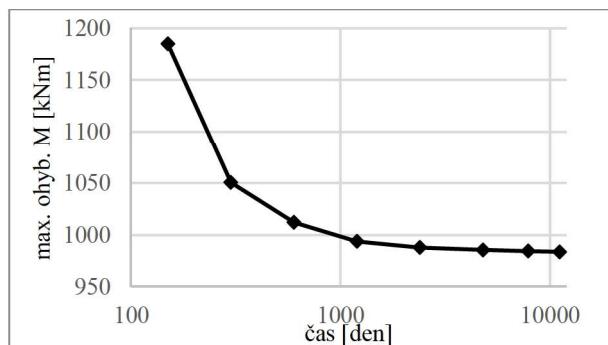
Obr. 7: Vodorovné deformace pravé podzemní stěny – srovnání variant výpočtu



Obr. 8: Ohybové momenty v pravé podzemní stěně – srovnání variant výpočtu



Obr. 9: Vývoj max. deformace a deformace v hlavě pravé stěny v čase (vodorovná osa v log. měřítku) – var. 3



Obr. 10: Vývoj maximálního ohybového momentu na pravé stěně v čase (vodorovná osa v log. měřítku) – var. 3

Z podrobné časové analýzy provedené pro variantu 3 (Obr. 9 a Obr. 10) vyplývá, že k tvarovým změnám dochází již v krátkodobých podmírkách a vodorovné deformace vlivem působení časově

závislých jevů lze pozorovat již při budování konstrukce (hloubení stavební jámy), postupně se rychlosť změny hodnot deformace a ohybového momentu snižuje. Varianty 2 a 3 díky použití SH modelu poskytují možnost analýzy těchto jevů i v krátkodobých podmírkách, stejně jako analýzu v kterémkoliv okamžiku životnosti konstrukce, lze tedy na základě měření na již vybudované konstrukci pravidelně vyhodnocovat deformace konstrukce a včas zajistit případné odchylky od předpokladů výpočtu.

5. ZÁVĚR

Cílem tohoto příspěvku byl rozbor možností, jak v matematickém modelu geotechnické konstrukce zahrnout vliv dotvarování betonu. Tato problematika je opodstatněná především u trvalých pažících konstrukcí. Dosažené výsledky byly porovnány s aktuálně používaným přístupem k této problematice. Nový přístup, založený na kombinaci pokročilého časově závislého elasto-plastického materiálového modelu pro beton a dvojice deskostěnových elastických prvků nahrazujících ohybovou výztuž, nabízí možnost analýzy konstrukce v kterémkoliv časovém okamžiku životnosti konstrukce, jeho aplikace je však náročnější s ohledem na volbu vstupních parametrů do použitého materiálového modelu. V rámci této práce byla provedena kalibrace materiálového modelu na reálných laboratorních zkouškách a následně byl řešen matematický model zárezu zajištěného trvalými podzemními stěnami. Z výsledků matematického modelování vyplývá, že v průběhu životnosti konstrukce (zde uvažováno 30 let) dojde vlivem časově závislých jevů k poklesu ohybového momentu (o 19,1 %) a nárůstu vodorovné deformace (o 8,3 - 15,2 %).

6. LITERATURA

- ŠINDELÁŘOVÁ D. Modelování podzemních stěn pomocí časově závislého elasto-plastického materiálového modelu. Brno, 2022. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav geotechniky. Vedoucí práce Ing. Juraj Chalmovský, Ph.D.
- BENZ T. Small strain stiffness of soils and its numerical consequences. Stuttgart: Institut für Geotechnik, Universität Stuttgart, 2007. ISBN 978-3-921837-55-9.
- CEB-FIP model code. Design code – comite Euronational du Beton. London: Thomas Telford, 1990.
- ČSN EN 14487-1. Česká technická norma: Stříkaný beton – Část 1: Definice, specifikace a shoda. Praha: Český normalizační institut, 2006.
- ČSN EN 1992-1-1. Eurokód 2: Navrhování betonových konstrukcí - Část 1-1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby. Praha: Český normalizační institut, 2006.
- MACGREGOR J. G. Reinforced Concrete : Mechanics and design. New Jersey: Prentice-Hall, Inc., 1997. Third Edition. ISBN 0-13-233974-9.
- PLAXIS Materials Model Manual 2019: Plaxis bv, Bentley Systems, Incorporated, 2019. ISBN-13: 978-90-76016-27-6.
- RANAIVOMANANA N. MULTON S. TURATSINZE A. Basic creep of concrete under compression, tension and bending. Construction and Building Materials, Elsevier 38, 173-180, 2013.
- RANKINE W. J. M. On the stability of loose earth. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Vol. 147, 1857.
- SCHÄDLICH B. SCHWEIGER H.F. A new constitutive model for shotcrete. Computational Geotechnics Group. Austria: Institute for Soil Mechanics and Foundation Engineering, Graz University of Technology, 2014.
- SCHÜTZ R. POTTS D.M. ZDRAVKOVIC L. Advanced constitutive modelling of shotcrete: Model formulation and calibration. Computers and Geotechnics, 2011, vol. 38, no. 6.

Titul, jméno, příjmení autora: Ing. Daniela Šindelářová
Pracoviště: Fakulta stavební, Vysoké učení technické v Brně
E-mail adresa: Daniela.Sindelarova@vutbr.cz